



# Automatentheorie

eine Präsentation von Aaron Küsters



# Inhaltsverzeichnis

## 1. Definition

1.1. Grammatiken

1.2. Automaten

1.2.1. NEA

1.2.2. DEA

1.2.3. Kellerautomat

1.3. Chomsky-Hierarchie

1.4. RegEx

## 2. Quellen

Definition





# Definition von Grammatiken

Formale Grammatiken beschreiben formale Sprachen und sind Quadrupel:

1. Endlich viele Terminale  $(V_T, \text{ oft auch: } \Sigma)$
2. Endlich viele Nonterminale  $(V_N)$
3. Endlich viele Produktionsregeln  $(P)$
4. Startzeichen  $(S_0 \in V_N)$



# Definition von Grammatiken - Zusatz

**Zusätzlich:**

Leeres Wort :=  $\epsilon$

Kleenesche Hülle  $L^*$  der Sprache  $L$  := Menge **aller Wörter** von  
 $L$

# Grammatiken - Beispiel

Sprache L sei definiert durch Grammatik  $G := \{$

$$V_T = \{a,b\},$$

$$V_N = \{S,A,B\},$$

$$S_0 = S,$$

$$P = \{ S \rightarrow aA$$

$$A \rightarrow bB$$

$$B \rightarrow a$$

$$B \rightarrow aA \} \quad \}$$

Regex:  
 $aba(ba)^*$

z.B.:

1.  $\epsilon$
2. aba
3. ababa
4. abababa



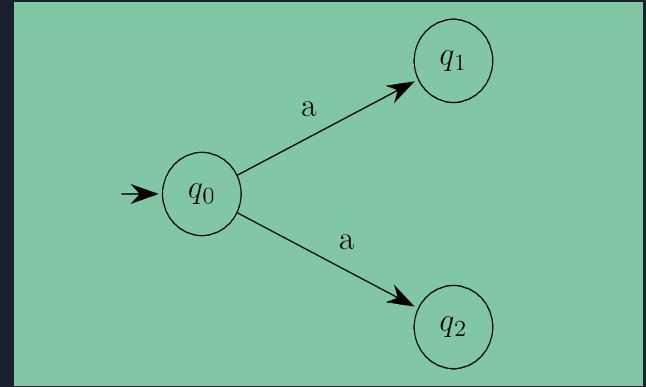
# Definition von Automaten

Automaten sind Quintuple:

1. Endlich viele Zustände  $(Q)$
2. Endlich großes Eingabealphabet  $(\Sigma)$
3. Übergangsrelation/-funktion  $(\delta)$
4. Startzustand  $(q_0 \in Q)$
5. Endlich viele Endzustände  $(F \subseteq Q)$

# NEA (Nichtdeterministische endlicher Automat)

- Übergangsrelation ( $\delta$ ) liefert Menge von Zuständen
- **Kein "eindeutiger" Weg**
- *(Leere Zeichenkette  $\varepsilon$  als gültiger Übergang)*
- *(Mehrere Startzustände)*



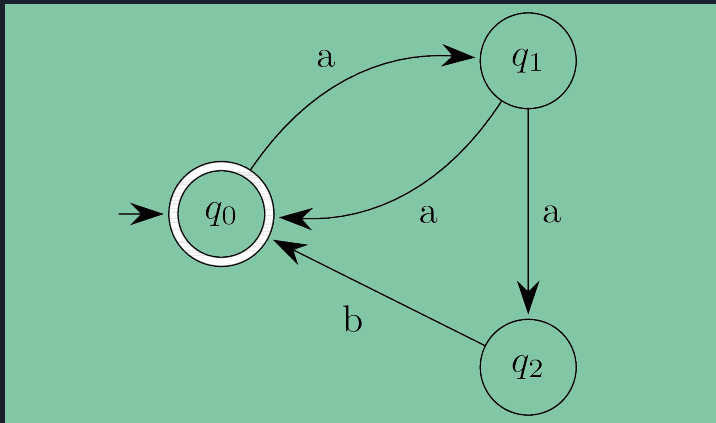
**Abb. 1:** mit dem gleichen Eingabebuchstaben können von  $q_0$  aus verschiedene Zustände erreicht werden.



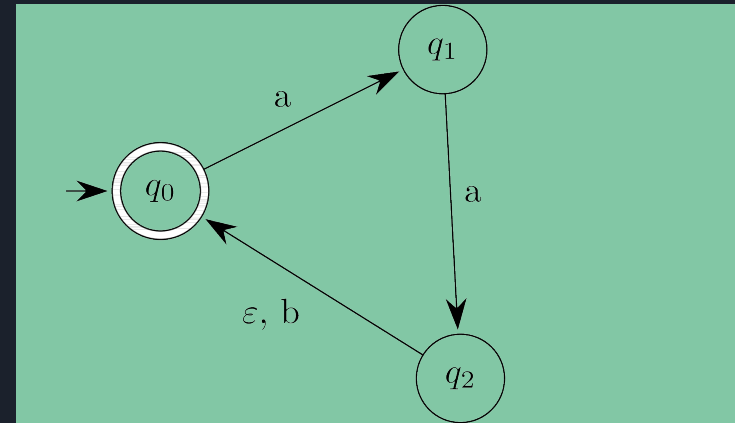
# NEA - Beispiel

NEAs die die Sprache  $L := (aa \cup aab)^*$  beschreiben:

Bsp:  $\{aa, aab, aaaab, aabaa, aabaabaa\} \subseteq L$



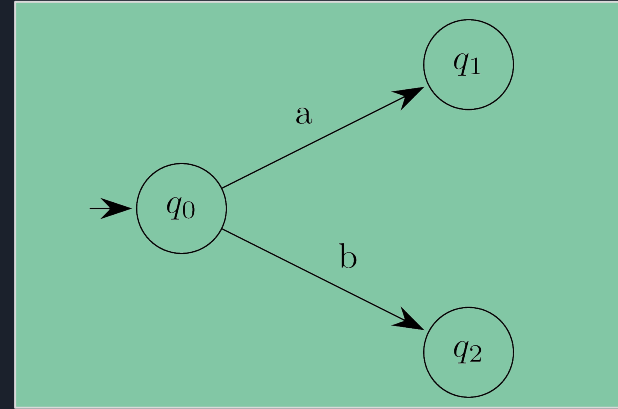
**Abb. 2:** NEA mit zwei Übergangsmöglichkeiten bei  $q_1$  und  $b$



**Abb. 3:** NEA mit "spontaner" Übergangsmöglichkeit bei  $q_2$  und  $\epsilon$

# DEA (Deterministische endlicher Automat)

- Teilmenge von NEAs
- Übergangsfunktion ( $\delta$ ) liefert **genau einen** Zustand
- Immer ein **“eindeutiger”** Weg
- *Leere Zeichenkette  $\epsilon$  gilt nicht als gültiger Übergang*
- *Nur ein Startzustand*



**Abb. 4:** mit einem Eingabebuchstaben kann von  $q_0$  aus nur ein Zustand erreicht werden.



# NPDA

(Nichtdeterministischer Kellerautomat)

Ein NEA (7-Tupel) wobei:

Zusätzlich:

$\Gamma$  : Kelleralphabet

$\# \in \Gamma$ : Anfangssymbol im Keller

Abgeändert:

$\delta$ : nimmt als Argumente  $q_x$  (aktueller Zustand),  
 $a$  ( $\in$  Eingabealphabet),  
 $K$  ( $\in$  Kelleralphabet)

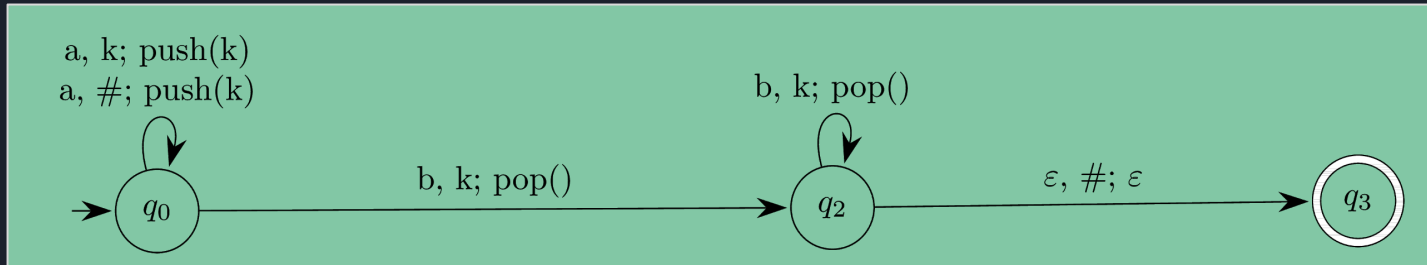
Und liefert neuen Zustand, Kelleroperation

# NPDA - Beispiel

Die Sprache  $L$  sein definiert durch  $L = \{ a^n b^n \mid n > 0 \}$ :

Wörter sind z.B.:  $ab$ ,  $aabb$ ,  $aaaa$ ,  $bbbb$

Automat:



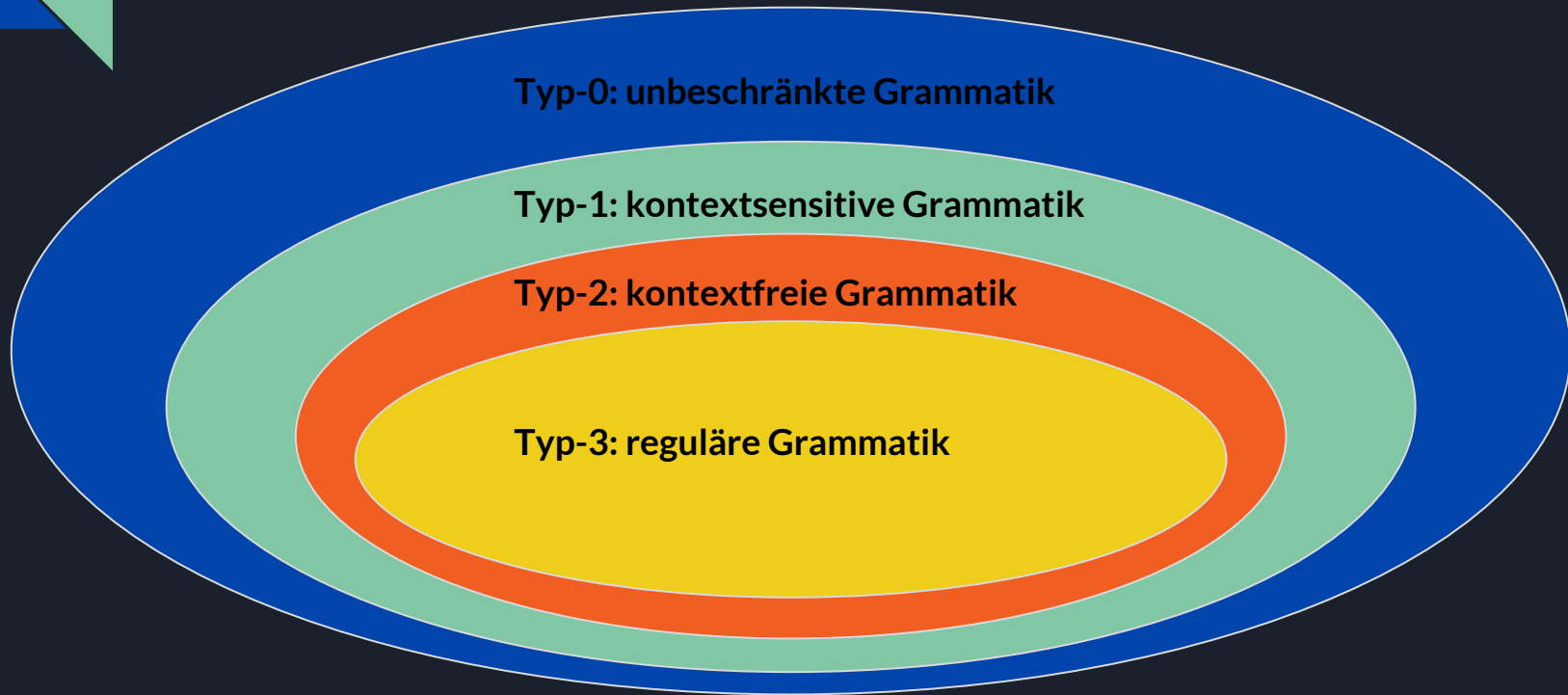
**Anmerkung zur Notation:**

Anstatt von  $\text{push}(X)$  und  $\text{pop}()$  wird auch oft festgelegt:

Bei jedem Übergang wird das oberste Element vom Keller genommen:

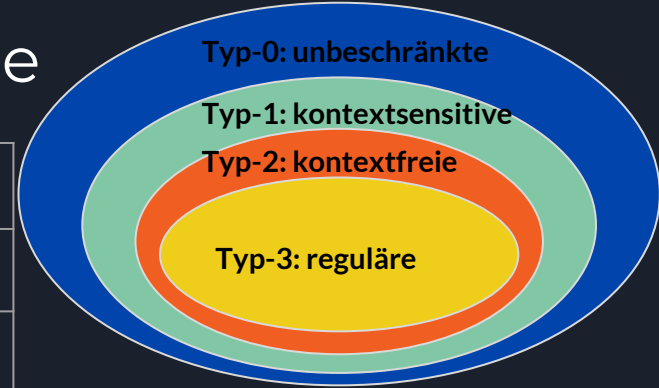
$a, k; \text{push}(k) \triangleq a, k; kk$


# Grammatiken: Chomsky-Hierarchie



# Grammatiken: Chomsky-Hierarchie

Typ	Einschränkung	Entscheider
0	-	Turingmaschine
1	$\alpha A \beta \rightarrow \alpha \gamma \beta$ $A \in V_N$ $\alpha, \gamma, \beta$ Wörter aus $V_{T/N}$ ( $\beta, \alpha$ auch $\epsilon, \gamma \neq \epsilon$ ) $S \rightarrow \epsilon$ <i>(wenn S nirgendwo "rechts" auftaucht)</i>	ND Turingmaschine
2	$A \rightarrow \alpha \gamma \beta, \alpha, \gamma, \beta$ Wörter aus $V_{T/N}$ ( $\beta, \alpha$ und $\gamma$ auch $\epsilon$ )	ND Kellerautomat
3	$A \rightarrow t B$ (rr) oder $A \rightarrow B t$ (lr) $A \rightarrow t, A \rightarrow \epsilon$ $A, B \in V_N, t \in V_T, (t \neq \epsilon)$	DEA/NEA





# RegEx - Exkurs

## Symbole:

- $?$ : 0 oder 1-mal
- $+$ :  $n$ -mal ( $n \in \mathbb{N}, n > 0$ )
- $*$ :  $n$ -mal ( $n \in \mathbb{N}_0$ )

## Beispiele:

$a^*b^*c^+$  : z.B.  $c, ac, abc, abbc, bbbbc$



# Quellen

<http://www.iflap.org>

[https://de.wikipedia.org/wiki/Nichtdeterministischer\\_endlicher\\_Automat](https://de.wikipedia.org/wiki/Nichtdeterministischer_endlicher_Automat)

[https://de.wikipedia.org/wiki/Deterministischer\\_endlicher\\_Automat](https://de.wikipedia.org/wiki/Deterministischer_endlicher_Automat)

[https://en.wikipedia.org/wiki/Regular\\_expression](https://en.wikipedia.org/wiki/Regular_expression)

[http://www.u-helmich.de/inf/abitur-informatik/material/Informatik\\_2018.pdf](http://www.u-helmich.de/inf/abitur-informatik/material/Informatik_2018.pdf)

<https://de.wikipedia.org/wiki/Kellerautomat>

[https://de.wikipedia.org/wiki/Nichtdeterministische\\_Turingmaschine](https://de.wikipedia.org/wiki/Nichtdeterministische_Turingmaschine)

[http://www.mavr.informatik.tu-muenchen.de/personen/schmiste/ads\\_mavr\\_slides.pdf](http://www.mavr.informatik.tu-muenchen.de/personen/schmiste/ads_mavr_slides.pdf)

<https://files.ifi.uzh.ch/cl/siclemat/lehre/hs07/ecl1/script/html/scriptse51.html>

[http://www.ps.uni-saarland.de/courses/seminar-ss03/XML/Stovan\(Ausarbeitung\).pdf](http://www.ps.uni-saarland.de/courses/seminar-ss03/XML/Stovan(Ausarbeitung).pdf)

[http://www.info-wsf.de/index.php/Grammatiken\\_und\\_Formale\\_Sprachen](http://www.info-wsf.de/index.php/Grammatiken_und_Formale_Sprachen)

[https://de.wikipedia.org/wiki/Kleenesche\\_und\\_positiv\\_e\\_regex](https://de.wikipedia.org/wiki/Kleenesche_und_positiv_e_regex)

[https://de.wikipedia.org/wiki/Kontextfreie\\_Grammatik](https://de.wikipedia.org/wiki/Kontextfreie_Grammatik)

<https://de.wikipedia.org/wiki/Chomsky-Hierarchie>

<https://www.cs.wmich.edu/~bhardin/cs4850/ChomskyPresentation.pdf>

<https://people.cs.clemson.edu/~goddard/texts/theoryOfComputation/8a.pdf>

<http://web.cs.ucdavis.edu/~rogaway/classes/120/spring13/eric-dfa.pdf>